Štatistická indukcia je široká oblasť štatistických metód. Poznatky získané z výberového súboru rozširuje (indikuje) na základný súbor.

Medzi základné typy úloh štatistickej indukcie patrí:
- konštruovanie štatistických odhadov,
- testovanie hypotéz.

1. Bodové odhady

Úlohou bodových odhadov je nájsť odhad parametra základného súboru pomocou jednej hodnoty alebo bodu.

Výberový priemer $\bar{x}$ je odhadom priemeru základného súboru μ **:**

$$est\mu = \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

kde n je počet pozorovaní,
x_i označuje pozorované hodnoty

Výberový rozptyl $\widetilde{S}^2$

$$est\sigma^2 = \widetilde{S}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

kde x_i označuje pozorované hodnoty,
$\bar{x}$ je výberový priemer,
n je počet pozorovaní.

Výberový podiel *p* je odhadom podielu *π* v základnom súbore:

$$est\pi = P = \frac{K}{n}$$

kde K je počet úspešných pokusov (pozorovaní vyhovujúcich zadaným požiadavkám) vo výberovom súbore,
n je rozsah výberového súboru.

2. Intervalové odhady

Intervalový odhad umožňuje určiť nielen jeden najlepší odhad, ale celý interval pravdepodobne možných odhadov parametra základného súboru. Interval, v ktorom sa pravdepodobne nachádza parameter základného súboru, sa nazýva **interval spoľahlivosti.**

Intervaly spoľahlivosti pre priemer μ :

- intervalové odhady μ , ak **poznáme** σ^2
- intervalové odhady μ , ak **nepoznáme** σ^2
- intervalové odhady μ pre **malé** výberové súbory, ak **nepoznáme** σ^2 .

Intervalové odhady pre rozptyl σ^2 a štandardnú odchýlku σ .
Intervalové odhady pre podiel π .

Intervaly spoľahlivosti μ , ak poznáme σ^2

Z ľubovoľného základného s priemerom μ a štandardnou odchýlkou σ vytvorme výberový súbor s dostatočne veľkým rozsahom (n $\geq$ 30). Podľa centrálnej limitnej vety platí, že výberový priemer $\bar{x}$ má normálne, alebo aspoň približne normálne rozdelenie s priemerom μ a štandardnou odchýlkou $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

<u>Obojstranný interval spoľahlivosti:</u>

$$P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

kde α je hladina významnosti,
1-α sa nazýva koeficient spoľahlivosti, alebo spoľahlivosť odhadu,
$\bar{x}$ je výberový priemer,
σ je štandardná odchýlka základného súboru,
n je rozsah výberového súboru,
$z_{1-\frac{\alpha}{2}}$ je hodnota $1-\frac{\alpha}{2}$ kvantilu normovaného normálneho rozdelenia (v tabuľkách).
výraz $z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ sa nazýva prípustná chyba odhadu.

<u>Jednostranné intervaly:</u>

Intervaly spoľahlivosti môžeme určiť aj jednostranne. Ich konštrukcia je podobná ako pri obojstranných intervaloch spoľahlivosti.

Pravostranný interval spoľahlivosti : $P(\mu < \bar{x} + z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$

Ľavostranný interval spoľahlivosti : $P(\bar{x} - z_{1-\alpha} \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu) = 1 - \alpha$

Intervaly spoľahlivosti μ, ak nepoznáme σ^2

Predpoklad, že poznáme rozptyl základného súboru, je v praxi nereálny. Zvyčajne musíme priemer aj rozptyl odhadnúť na základne údajov z výberového súboru. Rozptyl základného súboru odhadneme výberovým rozptylom $\tilde{S}^2$. Ak je výberový súbor dostatočne veľký (n≥30), interval spoľahlivosti pre priemer môžeme zapísať v tvare:

Obojstranný interval spoľahlivosti:

$$P(\bar{x} - z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + z_{1-\frac{\alpha}{2}} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

kde s je výberová štandardná odchýlka.

Jednostranné intervaly:

Pravostranný interval spoľahlivosti : $P(\mu < \bar{x} + z_{1-\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$

Ľavostranný interval spoľahlivosti : $P(\bar{x} - z_{1-\alpha} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu) = 1 - \alpha$

Intervaly spoľahlivosti μ pre malé výberové súbory, ak nepoznáme σ^2

Pre malé výberové súbory (n<30) postupujeme pri konštrukcii intervalu spoľahlivosti podobne ako pre veľké výbery. Kvantily normálneho normovaného rozdelenia nahradíme kvantilmi Studentovho rozdelenia s n-1 stupňami voľnosti:

Obojstranný interval spoľahlivosti:

$$P(\bar{x} - t_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu < \bar{x} + t_{1-\frac{\alpha}{2},(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$$

kde s je výberová štandardná odchýlka.

Jednostranné intervaly:

Pravostranný interval spoľahlivosti : $P(\mu < \bar{x} + t_{1-\alpha,(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}}) = 1 - \alpha$

Ľavostranný interval spoľahlivosti : $P(\bar{x} - t_{1-\alpha,(n-1)} \frac{s}{\sqrt{n}} < \mu) = 1 - \alpha$

Intervaly spoľahlivosti pre rozptyl σ^2 a štandardnú odchýlku σ

Pri výpočte intervalu spoľahlivosti pre rozptyl a štandardnú odchýlku využívame χ^2 rozdelenie. Za predpokladu normality rozdelenia základného súboru má náhodná premenná

$$W_1 = \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\sigma^2}$$

χ^2 rozdelenie s (n-1) stupňami voľnosti, pričom n je rozsah výberového súboru a $\tilde{S}^2$ je výberový rozptyl.

<u>Obojstranný interval spoľahlivosti:</u>

$$P(\frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}} < \sigma^2 < \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}}) = 1-\alpha$$

po odmocnení dostaneme interval spoľahlivosti pre štandardnú odchýlku:

$$P(\sqrt{\frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2};n-1}}} < \sigma < \sqrt{\frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{\frac{\alpha}{2};n-1}}}) = 1-\alpha$$

<u>Jednostranné intervaly:</u>

Pravostranný: $P(\sigma^2 < \frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{\alpha;n-1}}) = 1-\alpha$

Ľavostranný: $P(\frac{(n-1)\tilde{S}^2}{\chi^2_{1-\alpha;n-1}} < \sigma^2) = 1-\alpha$

Intervaly spoľahlivosti pre podiel π

Náhodná premenná P (výberový podiel) má pre dostatočne veľké výberové súbory (malo by platiť *np≥5* a súčasne *np(1-p)≥5*) približne normálne rozdelenie s parametrami : $P \sim \mathrm{N}\left(\pi; \frac{\pi(1-\pi)}{\mathrm{n}}\right)$ $ak\ n \to \infty$. Binomické rozdelenie tým aproximujeme normálnym rozdelením. Parameter π nepoznáme, nahrádzame ho pri konštrukcii intervalov spoľahlivosti jeho bodovým odhadom p.

$$P(p - z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + z_{1-\frac{\alpha}{2}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}) = 1-\alpha$$

<u>Jednostranné intervaly:</u>

Pravostranný : $P(\pi < p + z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}) = 1-\alpha$

Ľavostranný : $P(p - z_{1-\alpha}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi) = 1-\alpha$